

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

### ДІЇ НАД МАТРИЦЯМИ У *MathCad*

Поняття про вбудованих функціях *MathCad*.

Більшість завдань у *MathCad* вирішуються за допомогою так званих вбудованих функцій, тобто за допомогою заздалегідь складених програм вирішення тієї чи іншої задачі.

Кожна така програма має своє ім'я, за яким вона викликається. Ім'я можна набирати з клавіатури, але можна і викликати за допомогою кнопки  $f(x)$ . Натиснувши цю кнопку, ми викличемо панель Insert Function (вставити функцію), в якій є два поля: Function Category (тип функції) і Function Name (ім'я функції). Вибравши тип та ім'я, і натиснувши кнопку ОК, ми викличемо цю функцію (Рис.1).

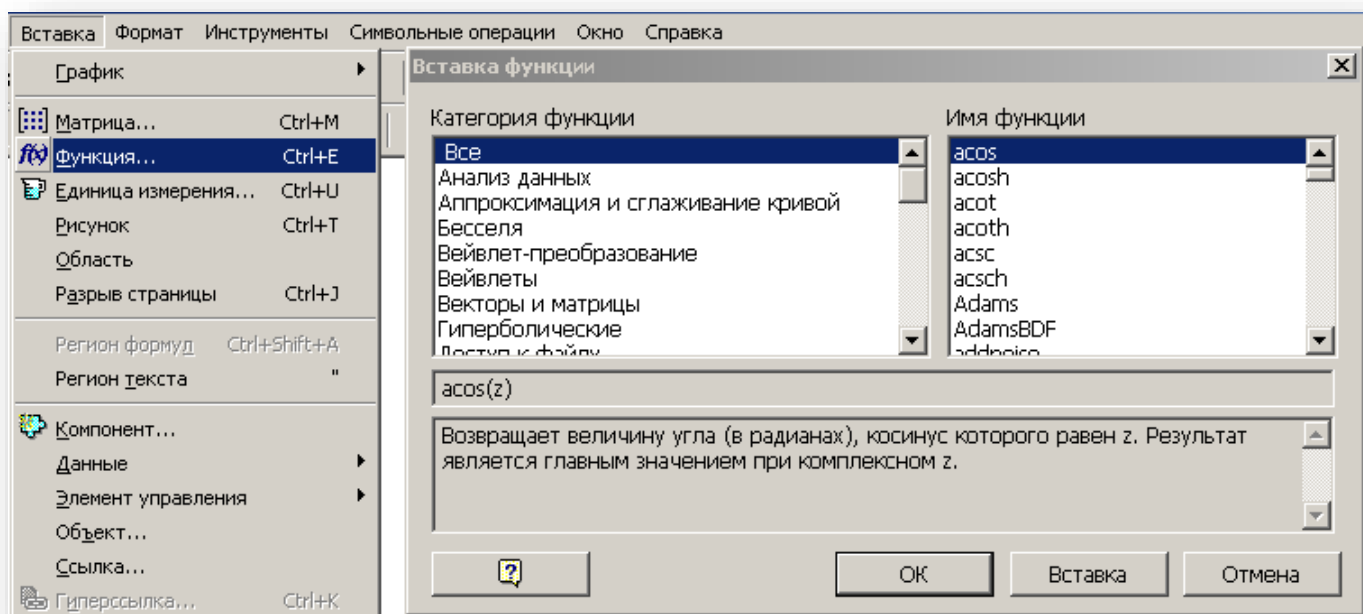


Рис. 1. Панель виклику функцій

Нехай, наприклад, потрібно знайти синус числа 45. Викликавши панель вставки функції, виберемо категорію Trigonometric і назву  $\sin$ , натиснемо ОК. На екрані з'явиться шаблон зі словом  $\sin$  всередині і дужками. Вставивши в дужки число 45, натиснемо « $\Rightarrow$ ». Отримаємо  $\sin(45) = 0.851$ . Можна було б набрати ліву частину на клавіатурі і, після натискання знака  $=$ , отримати ту саму відповідь.

Аналогічно використовуються і інші вбудовані функції *MathCad*.

У *MathCad* масиви можуть записуватися у вигляді векторів (одномірні масиви), у вигляді матриць (двовимірні масиви) і у вигляді таблиць. Для дій над ними є панель Matrix (матриця), показана на рис. 2.

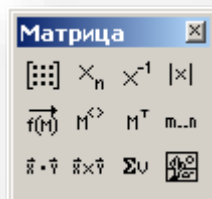



Рис.2. Панель матриць

Для введення матриць і векторів натиснемо кнопку  панелі матриць і виклинемо цим вікно введення Insetrt Matrix (ввести матрицю), показане на рис.3.

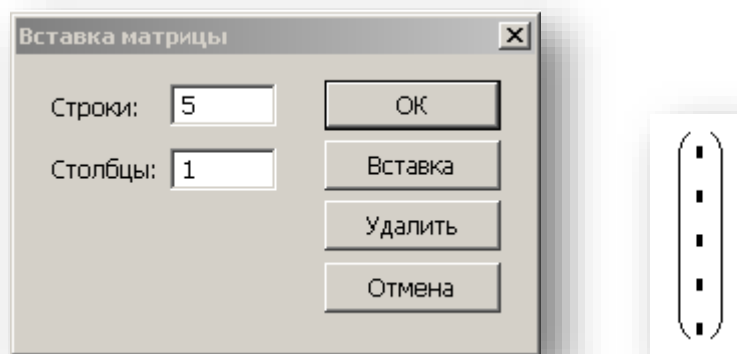


Рис. 3. Вікно введення матриць і векторів, шаблон вектора

При введенні вектора в графі columns (стовпці) слід проставити 1, а в графі rows (рядки) проставити 5. З'явиться шаблон, показаний на рис. 3.

Нижче представлено п'ятиелементні масиви-вектори: Два з них - чисельні, третій - буквений, четвертий складається з виразів.

При заданні буквених масивів і масивів - виразів необхідно попередньо присвоювати їм чисельні значення (за кожною буквою в комп'ютері повинно стояти число). Після задання виразів вектора можна, записавши його ім'я і поставивши знак =, отримати його значення. *MathCad* розрізняє рядкові і великі літери.

Над векторами визначені показанні на рис.5 операції додавання і віднімання, транспонування, множення за математичними правилами множення матриць. Знак транспонування слід вводити з панелі Matrix (матриця).

Порядковий номер елемента, який є його адресою, називається індексом.

Нижня межа індексації задається значенням системної змінної ORIGIN, яка може приймати значення 0 або 1.

$$\begin{array}{l}
 v := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad V := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} \quad W := \begin{pmatrix} 2 \cdot x \\ 3 \cdot x^2 \\ 5 - x \\ x^3 - x^5 \\ x \end{pmatrix} \\
 \\
 w = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} 14 \\ 147 \\ -2 \\ -1.646 \times 10^4 \\ 7 \end{pmatrix} \quad v + V = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \\ 12 \\ 20 \end{pmatrix} \quad W^T = (14 \ 147 \ -2 \ -1.646 \times 10^4 \ 7) \\
 \\
 W^T \cdot w = -1.64 \times 10^5 \\
 \\
 W \cdot w = -1.64 \times 10^5
 \end{array}$$

Рис. 5. Запис векторів в *MathCad*

Ім'я масиву пов'язане з іменами індексованих змінних, значеннями яких є елементи масиву. Для цього досить у вигляді підрядкового індексу вказати індекс елемента. Наприклад, якщо третій з представлених масивів має ім'я **w**, то його елементами при **ORIGIN = 0** будуть індексовані змінні:  $w_0 = a$ ,  $w_1 = b$ ,  $w_3 = d$ .

При заданні **ORIGIN = 1**, отримаємо:  $w_1 = a$ ,  $w_2 = b$ ,  $w_3 = c$ .

### Задача 1.

Елементи матриць є індексованими змінними, імена яких збігаються з іменами матриць. Для кожної індексованої змінної вказуються два індекси: один - для номера рядка, інший - для номера стовпця. На рис.6 показано зміну індексації при різних значеннях змінної **ORIGIN**. (Набирається обов'язково великими літерами).

$$P := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 9 & 11 & 21 \\ 7 & 10 & 45 \end{pmatrix}$$

$\underline{\text{ORIGIN}} := 0$

$P_{0,0} = 1$

$P_{0,1} = 3$

$P_{0,2} = 8$

$\underline{\text{ORIGIN}} := 1$

$P_{1,1} = 9$

$P_{1,2} = 11$

$P_{1,3} = 21$

Рис. 6. Роль змінної ORIGIN

У *MathCad* визначені наступні дії над векторами і матрицями:

- А) додавання - віднімання,
- В) скалярн і векторн множення,
- Г) обернення,
- Д) транспонування,
- Е) сортування,
- Ж) виділення стовпців.

Вони виконуються за допомогою наступних кнопок *MathCad*

- $\times_n$  кнопка індексації елементів матриці,
- $\times^{-1}$  кнопка обертання матриці,
- $\vec{v} \cdot \vec{v}$  кнопка скалярного добутку векторів і матриць
- $M^T$  кнопка транспонування матриці,
- $\vec{v} \times \vec{v}$  кнопка векторного добутку двох векторів
- $\Sigma$  кнопка додавання векторів
- $M^{<>}$  кнопка виділення стовпця матриці
- $\times$  кнопка обчислення детермінанта матриці.

**Задача 2.** На чистому аркуші *MathCad* записати наступні матриці (рис. 7):

**Задання матриць**

a := 3   b := 1   k := 5   d := 9   i := 7   f := 0

$$v1 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad v2 := \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 12 & 21 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$$

$$V := \begin{pmatrix} a & b & k \\ d & i & f \end{pmatrix} \quad W := \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 1 & 6 & 3 \\ 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

**Рис. 7.** Матриці  $v1$ ,  $v2$ ,  $V$ ,  $W$

Виконати дії, зображені на рис. 8.:

ORIGIN := 1

**1) Додавання, віднімання матриць  $v1, v2$**

$$v1 + v2 = \begin{pmatrix} 11 & 22 \\ 16 & 24 \\ 9 & 17 \end{pmatrix} \quad v1 - v2 = \begin{pmatrix} -9 & -18 \\ -8 & -18 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$$

**2) Множення матриць  $v1, V$ ; ділення  $v1, v2$**

$$v1 \cdot V = \begin{pmatrix} 11 & 17 & 17 \\ 16 & 17 & 17 \\ 9 & 17 & 17 \end{pmatrix} \quad \frac{v1}{v2} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.333 & 0.143 \\ 1.25 & 0.545 \end{pmatrix}$$

**3) Транспонування матриці  $W$**

$$W^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 6 & 6 & 5 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

**4) Обернення матриці  $W$**

$$W^{-1} = \begin{pmatrix} 0.013 & -0.123 & 0.132 \\ -0.097 & 0.238 & 0.031 \\ 0.189 & -0.101 & -0.106 \end{pmatrix}$$

**5) Виділення другого стовпці матриці  $W$**

$$W^{(2)} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Рис. 8.** Дії над матрицями

**Задача 3.** Ввести дві довільні матриці та перемножити їх.

**Задача 4.** Введіть правильну квадратну матрицю, транспонуйте її  $M^T$ , знайдіть обернену їй  $M^{-1}$  і обчисліть визначник  $|M|$ , використовуючи кнопки вбудованих операторів.

**Задача 5.** Як відомо, множення матриці на обернену дає одиничну матрицю. Перевірити, чи

дійсно  $C * C^{-1}$  дорівнює  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Задача 6.** Знайти скалярний і векторний добуток двох заданих трьохелементних векторів:

$$\begin{aligned} v_x &:= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} & v_y &:= \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} \\ v_x \times v_y &= \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} & v_x \cdot v_y &= 36 \end{aligned}$$

Рис. 9. Добуток векторів

**Задача 7.** Обчислити максимальний і мінімальний елемент довільної матриці, напр. рис.10.

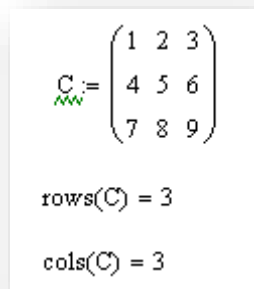
Обчислення максимального і мінімального елементів матриці і вектора проводиться за допомогою вбудованих функцій  $\text{Max}(A)$  і  $\text{Min}(A)$ .

$$\begin{aligned} C &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \\ \max(C) &= 9 \quad \min(C) = 1 \end{aligned}$$

Рис. 10. Визначення максимального та мінімального елемента матриці

**Задача 8.** Визначити число рядків і стовпців у довільній матриці, наприклад рис. 11.

Визначення кількості стовпців і рядків в матриці зручно для перевірки дій над багатовимірними матрицями і векторами. Воно проводиться за допомогою вбудованих функцій  $\text{Cols}(A)$  - число стовпців матриці  $A$  і  $\text{Rows}(A)$  - Число рядків матриці  $A$ .



The screenshot shows a MathCad worksheet with the following content:

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

rows(C) = 3

cols(C) = 3

Рис. 10. Визначення кількості стовпців та рядків матриці

**Задача 10.** Графіки матричних і векторних залежностей.

У *MathCad* можлива побудова графіків за даними, записаними у векторній і матричній формі. На рис.11 показано побудова двовимірного графіка за даними векторів  $v_x$  і  $v_y$ , а на рис.12. - Побудова тривимірного графіка по заданих в матриці аргументів і вектору функції.

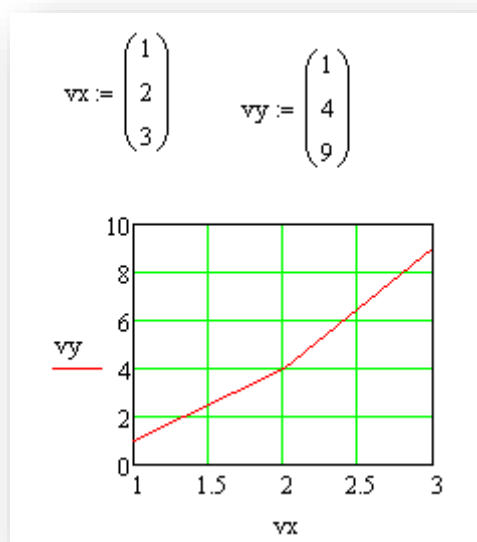


Рис. 11. Побудова двовимірного графіка

ORIGIN := 0

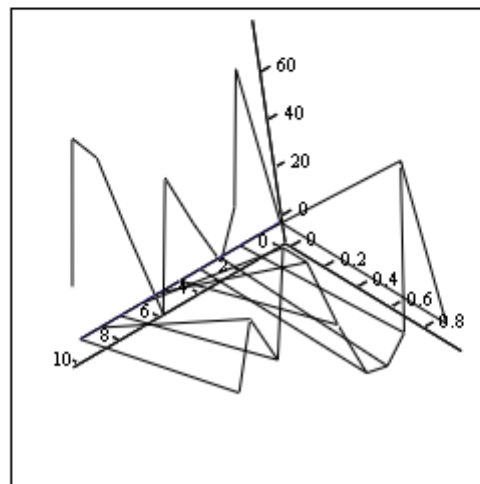
```
f(m,n) := | for i ∈ 1..m  
          |   for j ∈ 1..n  
          |     A1,j ← round(md(100) - 10)  
          |   return A
```

A := f(10,2)

B := f(10,1)

|    | 0 | 1  | 2  |
|----|---|----|----|
| 0  | 0 | 0  | 0  |
| 1  | 0 | 69 | 66 |
| 2  | 0 | 16 | -5 |
| 3  | 0 | -2 | 21 |
| 4  | 0 | 19 | 8  |
| 5  | 0 | 43 | 55 |
| 6  | 0 | -9 | 88 |
| 7  | 0 | 27 | 63 |
| 8  | 0 | 66 | 60 |
| 9  | 0 | 79 | 43 |
| 10 | 0 | 22 | 65 |

|    | 0 | 1  |
|----|---|----|
| 0  | 0 | 0  |
| 1  | 0 | 73 |
| 2  | 0 | 6  |
| 3  | 0 | -3 |
| 4  | 0 | -1 |
| 5  | 0 | 24 |
| 6  | 0 | 55 |
| 7  | 0 | 66 |
| 8  | 0 | 24 |
| 9  | 0 | 46 |
| 10 | 0 | 20 |



A<sup>(0)</sup>, A<sup>(1)</sup>, B

Рис.11. Побудова графіка поверхності